NOVEMBER/DECEMBER 2025

23UMA12 — DIFFERENTIAL CALCULUS

Time : Three hours Maximum : 75 marks



SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Find the differential equation of all parabolas with X axis as the axis and $(a, 0)$ as focus.

   X அச்சை அச்சாகவும் $(a, 0)$ மையமாகவும் கொண்ட அனைத்து பரவளையங்களின் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைக் கண்டறிக.

2. Find the n^{th} derivative of x.

   x இன் n-ஆம் படி வகையீட்டினை எழுதுக.

3. Find $f'(x)$ if $f(x)=\left(x^3+2x\right)e^x$.

   $f(x)=\left(x^3+2x\right)e^x$ எனில், $f'(x)$ -ஐ காண்க.

4. If $xy=c^2$ then find $\frac{dy}{dx}$.

$xy=c^2$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐ கண்டறிக.

5. Write the condition for the function $f(x, y)$ has a minimum value.

$f(x, y)$ என்னும் சார்பு மீச்சிறு மதிப்பைக் கொண்டிருப்பதற்கான நிபந்தனைகளை எழுதவும்.

6. Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^3+y^3=3axy$.

$x^3+y^3=3axy$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐ கண்டறியவும்.

7. Define envelope.

தழுவியை வரையறு.

8. Find the envelope of the family of circles $(x-a)^2+y^2=4\alpha$, where α is the parameter.

$(x-a)^2+y^2=4\alpha$, என்ற வட்டங்களின் தொகுப்பின் அளவுறு α எனில், அதன் தழுவியை காண்க.



19. Find the envelope of $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, where $a^n+b^n=c^n$.

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இன் தழுவியை காண்க. இங்கு $a^n+b^n=c^n$ ஆகும்.

20. Find the evolute of the curve $x=a[\cos\theta+\sin\theta]$, $y=a[\sin\theta-\theta\cos\theta]$.

$x=a[\cos\theta+\sin\theta]$, $y=a[\sin\theta-\theta\cos\theta]$ என்ற வளைவரையின் அலர்வரையைக் காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the 4[th] order derivative of the function $y=x\sin hx$.

$y=x\sin hx$ என்ற சார்பின் 4-ஆம் படி வகையீட்டினை எழுதுக.

17. If $u=xy+yz+zx$ where $x=\frac{1}{t}, y=e^t, z=e^t$ then find $\frac{du}{dt}$.

$u=xy+yz+zx$ எங்கு $x=\frac{1}{t}, y=e^t, z=e^t$ எனில் $\frac{du}{dt}$ காண்க.

18. Find the minimum value of $x^2+y^2+z^2$ subject to the condition of $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$.

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$ என்ற நிபந்தனைக்குட்பட்ட $x^2+y^2+z^2$ இன் மீச்சீறு மதிப்பைக் கண்டறிக.

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

9. Find the radius of the curvature for the curve $y^2=x^3+8$ at $(-2, 0)$.

$(-2, 0)$ என்ற புள்ளியில் $y^2=x^3+8$ என்ற வளைவரையின் வளைவாரத்தைக் கண்டுபிடி.

10. Find the center of curvature on the parabola $y^2=4ax$ at any point (x, y).

(x, y) என்ற புள்ளியில் $y^2=4ax$ என்ற பரவளையின் வளைவு மையத்தைக் கண்டுபிடி.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the 1000[th] derivative of $f(x)=xe^{-x}$.

$f(x)=xe^{-x}$ இன் 1000-ஆம் படி வகையீட்டினை எழுதுக.

Or

(b) Eliminate the constant from the equation $y=e^x[A\cos x+B\sin x]$ and obtain the differential equation.

$y=e^x[A\cos x+B\sin x]$ என்னும் சமன்பாட்டிலிருந்து மாறிலியை நீக்கி, வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைப் பெறுக.

12. (a) If $y\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\ldots}}}$ the find $\frac{dy}{dx}$.

$y\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\ldots}}}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ காண்க.

Or

(b) If $x^3+y^3=16$, find the value of $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $(2,2)$.

$x^3+y^3=16$ எனில், $(2,2)$ என்னும் புள்ளியில் $\frac{d^2y}{dx^2}$ இன் மதிப்பைக் கண்டறிக.

13. (a) Find the maximum or minimum value of $3x^2-y^2+x^3$.

$3x^2-y^2+x^3$ இன் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்பினை காண்க.

Or

(b) Discuss the maximum as or minimum values of $x^2+y^2+6x+12$.

$x^2+y^2+6x+12$ இன் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்பினை விவாதி.



14. (a) Find the envelope of the straight lines represented by the $x\cos\alpha+y\sin\alpha=a\sec\alpha$ where α is the parameter.

$x\cos\alpha+y\sin\alpha=a\sec\alpha$, α ஒரு அளவுறு, என்ற நேர்கோடுகளின் தழுவியைக் காண்க.

Or

(b) Find the envelope of $(x-\alpha)^2+(y-\alpha)^2=2\alpha$.

$(x-\alpha)^2+(y-\alpha)^2=2\alpha$ இன் தழுவியைக் காண்க.

15. (a) Find the center and circle of curvature of the curve $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$ at $\frac{a}{4},\frac{a}{4}$.

$\frac{a}{4},\frac{a}{4}$ என்ற புள்ளியில் $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$ என்ற வளைவரையின் வட்டம் மற்றும் மையத்தைக் கண்டுபிடி.

Or

(b) Find ρ for the curve $r=ae^{\theta\cot\alpha}$.

$r=ae^{\theta\cot\alpha}$ என்ற வளைவரையின் ρ -ஐ காண்க.